

Функция — есептер жинағы

I. Негізгі түсінік және анықтамалар (тексеру)

1. $f(x) = 3x + 2$. Бұл функцияны анықтаңдар: өрісі (domain) және мәндер жиыны (range).
2. $f(x) = \frac{1}{x}$. Анықталу облысын табыңдар.
3. $f(x) = \sqrt{x+3}$. Анықталу облысын табыңдар.
4. $f(x) = |x-1|$. $f(0)$, $f(1)$, $f(2)$ мәндерін есептеңдер.
5. Егер $f(2) = 5$ және f — функция болса, $x = 2$ -ге сәйкес неше мән болуы мүмкін? Неліктен?

II. Облыс және мәндер жиыны, суреттеу

6. $f(x) = x^2 - 4x + 3$. Анықталу облысы мен мәндер жиынын табыңдар; графиктің симметриясын көрсетіңдер.
7. $f(x) = \frac{x^2 - 1}{x - 1}$. $x \neq 1$. Бұл өрнекті ықшамдап, анықталу облысын және үзіліс нүктесін көрсетіңіз.
8. $f(x) = \frac{2x+3}{x-2}$. Анықталу облысын және асимптоталарын табыңдар.
9. Берілген: $f(x) = \sin x$. f функциясының мәндер жиынын сипаттаңдар.
10. $f(x) = e^x$. Бұл функцияның мәндер жиыны қандай?

III. Тақ/жұп, композиция, инверсия

11. $f(x) = x^3 - 2x$. Бұл функция тақ па, жұп па, әлде екеуіне де жатпай ма? Неліктен?
12. $f(x) = x^4 + 3x^2$. Тексеріңіз: тақ/жұп.
13. $f(x) = \sin x$, $g(x) = x^2$. $h(x) = f(g(x))$ функциясы қандай қасиетке ие бола алады? (композиция жайлы қысқа түсінік)
14. $f(x) = 2x + 3$. Кері функция $f^{-1}(x)$ -ті табыңдар. Қай аралықта кері функция бар екенін көрсетіңіз.

IV. Монотондық және экстремумдар (туынды қолдану)

15. $f(x) = x^3 - 3x$. $f'(x)$ -ті табыңыз және қай аралықтарда өспелі/кемімелі екенін анықтаңыз.
16. $f(x) = x^2$ функциясының глобалды минимумын табыңыз; қай жерде орын алады?
17. $f(x) = \ln x$, $x > 0$. Монотондық қасиетін дәлелдеңіз.

V. Үздіксіздік және шектік (limit)

18. $f(x) = \frac{\sin x}{x}$. $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ -ты табыңыз.
19. $f(x) = \frac{x^2 - 1}{x - 1}$. $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$ -ты есептеп, үзіліс түрін анықтаңыз (мысалы, жай/өткізілмейтін).
20. Түсіндіру: Егер f және g үздіксіз болса, $f(g(x))$ үздіксіз бе? Неліктен?

VI. Қолданбалы есептер (график, аудан)

21. $y = x^2$ және $y = 4$ қисықтары арасындағы ауданды табыңыз.
22. Қисық $y = x^3$ және x -осынан $x = 0$ -ден $x = 1$ -ге дейінгі аудан қанша? (интеграл түсінігі керек)

VII. Қиындықты арттыру (имплицитті функция, параметрлік)

23. Имплицитті: $x^2 + y^2 = 1$. y функциясы ретінде қай жерлерінде анық? (жоғарғы/төменгі жарты шеңбер)
24. Параметрлік: $x = \cos t$, $y = \sin t$ ($t \in [0, 2\pi]$). Бұл параметрлік қисық қандай геометриялық объектіні береді?

VIII. Тест/шапшаң тексеру (жылдамтар)

25. Қайсысы дұрыс: $f(x) = x^2$ функциясы барлық $\mathbb{R}$ -да инъективті ме? Неліктен? (иә/жоқ және қысқаша түсіндірме)
26. $f(x) = e^x$ — инъективті ме? Суреттеп беріңіз.
27. $f(x) = \cos x$ — периодты ма? Егер иә, периодын көрсетіңіз.

IX. Қосымша зерттеу (өз бетімен)

28. Берілген $f(x) = \begin{cases} x \sin \frac{1}{x}, & x \neq 0 \\ 0, & x = 0 \end{cases}$. Бұл функция үздіксіз бе? Дифференциалданатын ба?
Қысқаша талдаңыз.
29. $f(x) = \frac{x^4 + 2x^3 - x + 1}{x^2 + 1}$, $x \in \mathbb{R}$. Бұл функцияның асимптоталары бар ма? Қай жерде өсу/кему барын анықтаңыз (қысқаша).
30. Творчестволық: Таңдап алыңдар бір нақты функция f , оның графигін салып, доменін, мәндер жиынын, туындысын және монотондық аралықтарын көрсетіп, қысқаша есеп жазыңыз.